

Дано:

$\triangle ABC$ – прямоугольный

$EG=12$ см средняя линия

$FG=5$ см средняя линия

CD – высота

Найти: CD

Решение. По свойству средней линии треугольника находим катеты

$$AC=2FG=2\cdot 5=10$$

$$CB=2EF=2\cdot 15=30$$

Из свойств высоты вытекает, что углы ACD и CBD равны как углы со взаимноперпендикулярными сторонами. Следовательно, прямоугольные треугольники ACD и CBD подобны между собой и подобны треугольнику ABC . Значит, отношения катетов всех трех треугольников одинаковы.

$$\frac{CB}{AC} = \frac{CD}{AD} = \frac{DB}{CD}$$

$$\frac{CB}{AC} = \frac{30}{10} = 3$$

Имеем

$$\frac{CD}{AD} = 3 \quad AD = \frac{CD}{3}$$

и

$$\frac{DB}{CD} = 3 \quad DB = 3CD$$

Но

$$AD + DB = AB$$

$$\frac{CD}{3} + 3CD = AB$$

$$CD + 9CD = AB$$

$$10CD = AB$$

$$CD = \frac{AB}{10}$$

По теореме Пифагора находим гипотенузу AB

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{10^2 + 30^2} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

Окончательно получаем

$$CD = \frac{10\sqrt{10}}{10} = \sqrt{10}$$

Ответ: $\sqrt{10}$ см

