2) $\begin{cases} xy^2 + xy^3 = 10 \\ x + xy = 10 \end{cases}$ Заметим, что $x \neq 0$ и $y \neq 0$

$\begin{cases} xy^2(1+y) = 10 \\ x(1+y) = 10 \end{cases}$ $xy^2(1+y) - x(y+1) = 0$

$(1+y)(xy^2 - x) = 0$

$(1+y) \cdot x \cdot (y^2 - 1) = 0$

$\begin{cases} x(1+y) = 10 \\ xy^2(1+y) - x(1+y) = 0 \end{cases}$ $1+y = 0$ или $x = 0$ или
невозможно

или $y^2 = 1$

$y = \pm 1$

$\begin{cases} x(1+y) = 10 \\ 1+y = 0 \end{cases}$ – невозможно, т.к. в этом случае $x(1+y) = 0$, а у нас $= 10$.

$\begin{cases} y = 1 \\ x(1+y) = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x \cdot 2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -1 \\ x(1+y) = 10 \end{cases}$ невозможно, т.к. $x \cdot (1-1) \neq 10$
$0 \neq 10$

Ответ: $x = 5; y = 1$.

2) $\begin{cases} x + y = 10 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$ $x \geq 0$, $y \geq 0$. Введем подстановку $\sqrt{x} = t$, $\sqrt{y} = z$, тогда $x = t^2$, $y = z^2$

$\begin{cases} t^2 + z^2 = 10 \\ t + z = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} (4-z)^2 + z^2 = 10 \\ t = 4 - z \end{cases}$

$(4-z)^2+z^2=10$

$16-8z+z^2+z^2-10=0$

$2z^2-8z+6=0 \quad |:2$

$z^2-4z+3=0$

найдем корни по т. Виета

$z_1+z_2=4$

$z_1 \cdot z_2=3$ $\Rightarrow z_1=3 \quad z_2=1$

вернемся к системе

$\begin{cases} z_1=3 \\ t_1=4-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=3 \\ t_1=1 \end{cases}$

$\begin{cases} z_2=1 \\ t_2=4-1 \end{cases} \quad \begin{cases} z_2=1 \\ t_2=3 \end{cases}$ Сделаем обратную

подстановку

$\begin{cases} \sqrt{x_1}=1 \\ \sqrt{y_1}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=9 \end{cases}$

$\begin{cases} \sqrt{x_2}=3 \\ \sqrt{y_2}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2=9 \\ y_2=1 \end{cases}$

Ответ $(1;9)$ $(9;1)$